# الفصل الخامس

## الشغل والطاقة والقدرة ( Work, Energy and Power )

## (( 5 ))

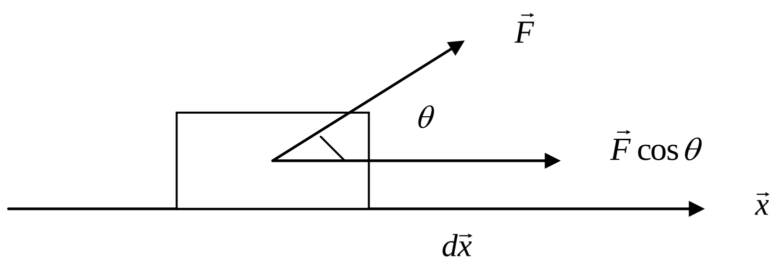
# الفصل الخامس

## الشغل والطاقة والقدرة ( Work, Energy and Power )

### 1-5 الشغل ( Work )

إن الشغل المبذول بواسطة قوة يعرّف بأنه حاصل ضرب تلك القوة في الإزاحة الموازية التي أثرت خلالها .

عندما يتحرّك جسم في إتجاه الإزاحة ( $\vec{x}$ ) بتأثير قوة معينة ( $\vec{F}$ ) تصنع زاوية ( θ ) مع إتجاه الحركة فإنه ينّجز شغلا مقداره ( $dW$ ) عندما يصنع الإزاحة ( $d\vec{x}$ ) ، وكما موضّح في الشكل ( 5 – 1 ) .




**شكل ( 5 – 1 ) :** جسم يتحرّك في إتجاه الإزاحة ( $\vec{x}$ ) بتأثير قوة معينة ( $\vec{F}$ ) تصنع زاوية ( θ ) مع إتجاه الحركة

$$\boxed{dW = \vec{F}\cos\theta d\vec{x} \ldots (1-5)}$$

$$\boxed{dW = \vec{F} d\vec{x} \ldots (2-5)}$$

$$\boxed{W = \int dW = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}\cos\theta d\vec{x} \ldots (3-5)}$$

بصورة عامة يتغيّر مقدار القوة وإتجاهها خلال الحركة ، لذلك يجب معرفة كل من ($\vec{F}$) و ( θ ) بدلالة الإزاحة لغرض حساب التكامل :

$$\vec{F} = f(x)$$

$$\theta = g(x)$$

في الحالة الخاصة التي تكون فيها القوة $(\vec{F})$ ثابتة في المقدار والإتجاه فإن الشغل $(W)$ يساوي :

$$W = \vec{F}\cos\theta\int_{x_1}^{x_2} d\vec{x}$$

$$\boxed{W = \vec{F}\cos\theta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \ldots (4-5)}$$

وإذا كانت القوة بإتجاه الإزاحة فإن ( θ = 0 ) :

$$\boxed{W = \vec{F}(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \ldots (5-5)}$$

وعموما فإن الشغل $(W)$ كمية عددية وتساوي حاصل ضرب القوة في الإزاحة ووحدته هي ( الجول $(Joule)$، $(J = N.m)$، $(kg.m^2/s^2)$ ) ، وتستخدم أحيانا وحدات أخرى وهي ( الإرك $(1erg = 10^{-7} J)$ ).

**ملاحظة :** إن القيمة العددية للشغل المبذول بواسطة قوة ما تكون موجبة أو سالبة أو صفرا ، وتعتمد هذه القيمة على قيمة $(\cos\theta)$ وكالآتي :

**1**- إذا كانت قيمة $(0^\circ \le \theta \prec 90^\circ)$ ، فالشغل يكون موجبا ويعمل على تقوية حركة الجسم .

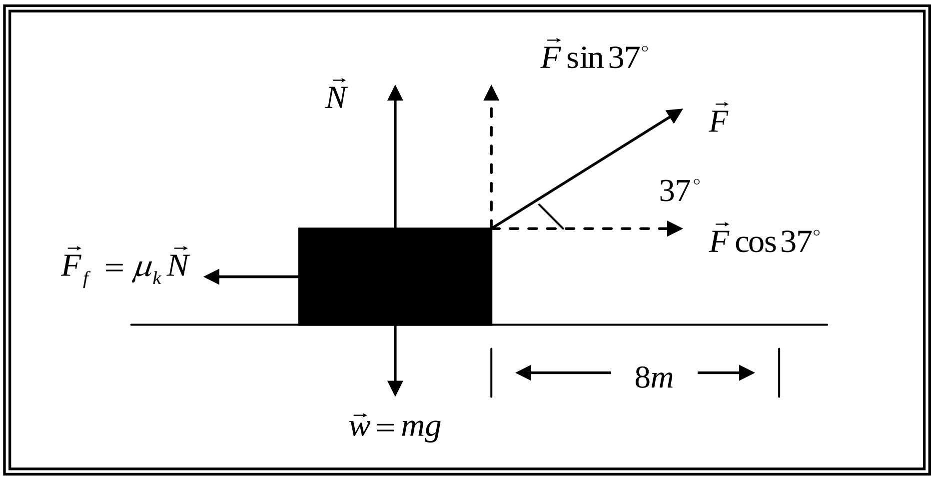
**2**- إذا كانت قيمة $(\theta = 90^\circ)$ ، فالشغل يكون صفرا وتبقى حركة الجسم كما هي عليه .

**3**- إذا كانت قيمة $(90^\circ \prec \theta \le 180^\circ)$ ، فالشغل يكون سالبا ويعمل على اخماد حركة الجسم .

**مثال 5 - 1** : إذا كان معامل الإحتكاك الحركي بين علبة كتلتها $(20kg)$ و الأرضية هو $(0.4)$ ، ما الشغل الذي تبذله، لسحب العلبة عبر الأرضية مسافة $(8m)$ وبزاوية $(37^\circ)$ فوق الإتجاه الأفقي ؟

**الحل** :

**1 -** في حالة سحب العلبة :




$$\vec{N} + \vec{F}\sin 37^\circ = mg$$

$$\vec{N} = mg - \vec{F}\sin 37^\circ ...(1)$$

$$\vec{F}\cos 37^\circ = \vec{F}_f = \mu_k \vec{N} ...(2)$$

بتعويض قيمة ( $\vec{N}$ ) من المعادلة ( 1 ) في المعادلة ( 2 ) :

$$\vec{F}\cos 37^\circ = \mu_k(mg - \vec{F}\sin 37^\circ)$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_k mg}{\cos 37^\circ + \mu_k \sin 37^\circ}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{(0.4)(20)(9.8)}{(0.8)+(0.4)(0.6)}$$

$$\boxed{\therefore \vec{F} = \frac{78.4}{1.04}}$$

$$\boxed{\therefore \vec{F} = 75.4N}$$

من معادلة ( 5 − 4 ) :

$$W = \vec{F}\cos\theta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1)...(4-5)$$

$$W = (75.4)\cos 37^\circ(8-0)$$

$$W = (75.4)(0.8)(8)$$

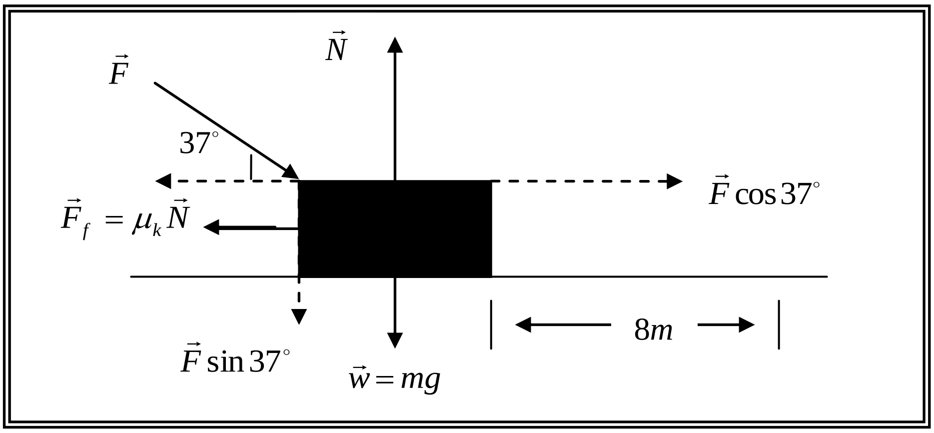
$$\boxed{\therefore W = 482.56 Joule}$$

**مثال 5 - 2** : إذا كان معامل الإحتكاك الحركي بين علبة كتلتها $(20kg)$ و الأرضية هو $(0.4)$ ،

ما الشغل الذي تبذله لدفع العلبة عبر الأرضية مسافة $(8m)$ وبزاوية $(37^\circ)$ فوق الإتجاه الأفقي ؟

**الحل** :

**2 -** في حالة دفع العلبة :




$$\vec{N} = mg + \vec{F}\sin 37^\circ ...(1)$$

$$\vec{F}\cos 37^\circ = \vec{F}_f = \mu_k \vec{N} ...(2)$$

بتعويض قيمة ( $\vec{N}$ ) من المعادلة ( 1 ) في المعادلة ( 2 ) :

$$\vec{F}\cos 37^\circ = \mu_k (mg + \vec{F}\sin 37^\circ)$$

$$\vec{F}(\cos 37^\circ - \mu_k \sin 37^\circ) = \mu_k mg$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_k mg}{\cos 37^\circ - \mu_k \sin 37^\circ}$$

$$\vec{F} = \frac{(0.4)(20)(9.8)}{(0.8)-(0.4)(0.6)}$$

$$\boxed{\therefore \vec{F} = \frac{78.4}{0.56} = 140N}$$

من معادلة ( 4 – 5 ) :

$$W = \vec{F}\cos\theta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1)...(4-5)$$

$$W = (140)\cos 37^\circ (8-0)$$

$$W = (140)(0.8)(8)$$

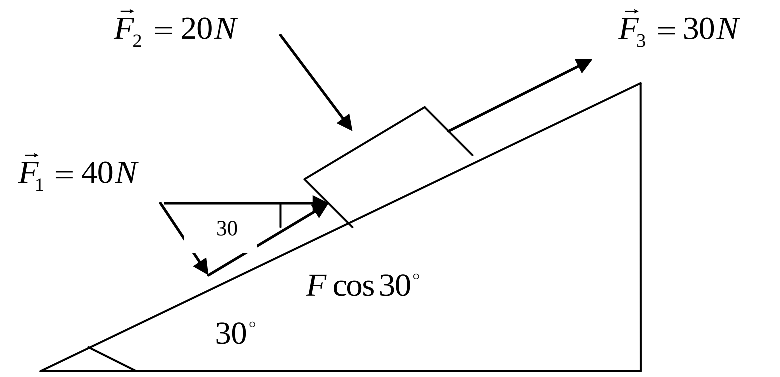
$$\boxed{\therefore W = 896 Joule}$$

**مثال 5 – 3** : يتحرّك جسم في الإتجاه الصاعد لمستوي مائل زاويته مع الإتجاه الأفقي ( $30^o$ ) تحت تأثير مجموعة من

القــوى ، وهــي $\vec{F}_1$ قــوة مقــدارها ( $40N$ ) ، و $\vec{F}_2$ قــوة عمودية علــى المســتوي المائــل قــدرها ( $20N$ ) ،

و $\vec{F}_3$ توازي المستوي المائل وقدرها ( $30N$ ) ، إحسب قيمة الشغل المبذول من قبل كل قوة من القوى الثلاث عندما

يتحرّك الجسم مسافة $(80cm)$ أعلى المستوي المائل ؟




**الحل** :

من معادلة ( $4-5$ ) :

$$W = \vec{F}\cos\theta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1)...(4-5)$$

$$W_1 = \vec{F}_1 \cos 30^\circ.(0.8) = (40).(0.86).(0.8) \quad \boxed{\Rightarrow W_1 = 27.52 Joule}$$

$$W_2 = \vec{F}_2 \cos 90^\circ.(0.8) = (20).(0).(0.8) \quad \boxed{\Rightarrow W_2 = 0}$$

$$W_3 = \vec{F}_3 \cos 0^\circ.(0.8) = (30).(1).(0.8) \quad \boxed{\Rightarrow W_3 = 24 Joule}$$

**مثـــال 5 – 4** : جســـم كتلتـــه ( $300g$ ) ينزلـــق مســـافة ( $80cm$ ) علـــى الســـطح العلـــوي الأفقـــي لمنضـــدة .

ما هو الشغل المبذول للتغلب على الإحتكاك بين الجسم والمنضدة إذا كان معامل الإحتكاك الحركي هو ( 0.2 ) ؟

**الحل** : نوجد أولا قوة الإحتكاك حيث أن القوة العمودية تساوي الوزن :

$$\vec{F}_k = \mu_k.\vec{N} \Rightarrow \vec{F}_k = (0.2)(m.g)$$

$$\vec{F}_k = (0.2)(0.300).(9.8) \quad \boxed{\Rightarrow \vec{F}_k = 0.588N}$$

إذن الشغل المبذول للتغلب على الإحتكاك هو $W_f = \vec{F}_k.x.\cos\theta$ والزاوية $\theta = 180^\circ$ تساوي لأن قوة الإحتكاك تعمل عكس إتجاه الإزاحة :

$$W_f = (0.588)(0.8)(-1) \quad \boxed{\therefore W_f = -0.47J}$$

يلاحظ أن قيمة الشغل سالبة لأن قوة الإحتكاك تبطئ الجسم أي تنقّص طاقة حركة الجسم .

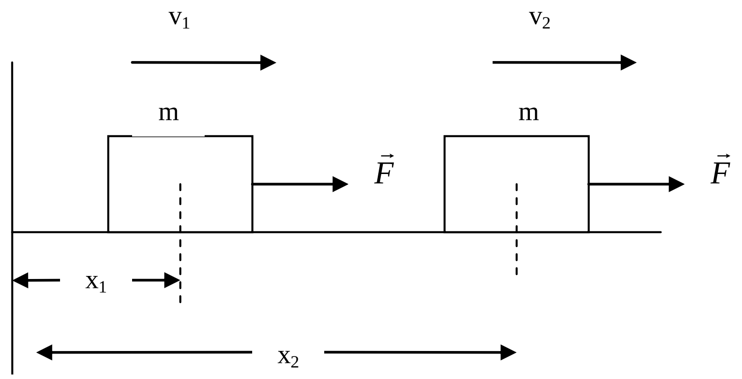
### 2-5 الطاقة ( Energy )

هي مقياس للتغيّر الطارئ على نظام ما ، وتعطى الطاقة لجسم ما إذا بذلت قوة شغلا على الجسم ، وكمية الطاقة المنقولة للجسم تساوي الشغل المبذول .

أيضا عندما يبذل جسم ما شغلا فإنه يفقد كمية طاقة مساوية للشغل الذي بذله ، ومن الجدير بالذكر أن الطاقة والشغل لهما نفس الوحدات وهي ( الجول ) ، كما أن الطاقة مثل الشغل تعتبر كمية قياسية ، وعموما فالجسم القادر على بذل شغل يمتلك طاقة .

#### 1-2-5 الطاقة الحركية ( Kinetic Energy )

إذا أثرت قوة أفقية مقدارها $(\vec{F})$ على جسم كتلته $(m)$ موضوع على سطح أفقي أملس كما موضح في الشكل ( $2-5$ ) فإنها تكسبه تعجيلا مقداره $(\vec{a})$ ، ولنفرض أن سرعة الجسم إزدادت من $(\vec{v}_1)$ وهو في الوضع الأول إلى $(\vec{v}_2)$ وهو في الوضع الثاني ففي هذه الحالة تنجز القوة شغلا :




**شكل ( 2 – 5 ) :** قوة أفقية مقدارها $(\vec{F})$ تؤثر على جسم كتلته $(m)$ موضوع على سطح أفقي أملس

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}.d\vec{x}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}.\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}\,\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{v}.\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} m\vec{v}\,\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}\,d\vec{x} = \int_{v_1}^{v_2} m\vec{v}\,d\vec{v}$$

$$W = \frac{1}{2}m\vec{v}_2^{\,2} - \frac{1}{2}m\vec{v}_1^{\,2}$$

$$\boxed{W = K_2 - K_1 = \Delta K ...(6-5)}$$

يُلاحظ من المعادلة الأخيرة أن القوة أنجزت شغلا لزيادة الكمية ( $\frac{1}{2}m\vec{v}^2$ ) من قيمتها الإبتدائية إلى قيمتها النهائية ولم تنجز شغلا ضد قوة الإحتكاك أو أية قوة أخرى تعمل على الجسم مثل وزنه ، وتسمى الكمية الناتجة من حاصل ضرب نصف كتلة الجسم في مربع إنطلاقه بالطاقة الحركية للجسم ( K ) ، وهي كمية عددية ووحدتها ( الجول ) ، وفي هذه الحالة يكون الشغل الذي تنّجزه القوة مساويا للتغيّر في طاقته الحركية .

إذا كانت هنالك قوة معرّقلة تعمل على الجسم مثل قوة الإحتكاك ( $\vec{F}_f$ ) فإن قانون نيوتن يصبح كالتالي :

$$\vec{F}-\vec{F}_f=m\vec{a}=m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\frac{d\vec{x}}{dt}\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}$$

$$\vec{F}-\vec{F}_f=m\vec{v}\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}$$

$$\vec{F}d\vec{x}=m\vec{v}d\vec{v}+F_f\,d\vec{x}$$

$$\int\vec{F}d\vec{x}=m\int_{v_1}^{v_2}\vec{v}d\vec{v}+\int F_f\,d\vec{x}$$

$$W=m\left(\frac{\vec{v}_2^{\,2}}{2}-\frac{\vec{v}_1^{\,2}}{2}\right)+W_f$$

$$W=\frac{1}{2}m\vec{v}_2^{\,2}-\frac{1}{2}m\vec{v}_1^{\,2}+W_f$$

$$W=K_2-K_1+W_f$$

$$\boxed{W=\Delta K+W_f\ldots(7-5)}$$

وفي هذه الحالة يكون الشغل الذي تنجزه القوة مساويا للتغيّر في طاقته الحركية إضافة إلى الشغل الذي تنجزه القوة ضد الإحتكاك .

### 5-2-2 الطاقة الكامنة ( Potential Energy )

وهي الطاقة المخزونة في الجسم نتيجة تغير موضع الجسم بالنسبة الى سطح الارض ، وتزداد الطاقة المخزونة في الجسم كلما زاد ارتفاعه عن مستوى سطح الأرض ، وكذلك كلما ازدادت كتلة ذلك الجسم .

تحسب الطاقة الكامنة من خلال المعادلة الاتية :

$$P.E = Weight(w) \times Height(h)$$

ان وحدة قياس الطاقة الكامنة هي ( الجول ) $(Joule)$.

**مثال 5 - 5** : برهن مبدأ الشغل – الطاقة لجسيم يتحرك بتسارع ثابت ( بتأثير قوة ثابتة ) على طول خط مستقيم ؟

**الحل** :

$$\vec{v}_B{}^2 = \vec{v}_A{}^2 + 2\vec{a}\vec{x}$$

بضرب المعادلة في $(\frac{1}{2}m)$ :

$$\frac{1}{2}m\vec{v}_B{}^2 = \frac{1}{2}m\vec{v}_A{}^2 + m.\vec{a}.\vec{x}$$

$$\frac{1}{2}m\vec{v}_B{}^2 = \frac{1}{2}m\vec{v}_A{}^2 + \vec{F}.\vec{x}$$

$$K_B = K_A + W_{AB}$$

$$\boxed{W_{AB} = K_B - K_A}$$

**مثال 5 – 6** : تتغيّر سرعة جسم كتلته $(800g)$ من $(\vec{v}_1 = 25m/s)$ إلى $(\vec{v}_2 = 40m/s)$ ،

ما هو التغيّر في طاقته الحركية $(\Delta K)$؟

**الحل** :

من المعادلة $(5-6)$ :

$$W = K_2 - K_1 = \Delta K ...(6-5)$$

$$W = \frac{1}{2}m\vec{v}_2^{\ 2} - \frac{1}{2}m\vec{v}_1^{\ 2}$$

$$W = \frac{1}{2}(0.8kg)(40)^2 - \frac{1}{2}(0.8kg)(25)^2$$

$$W = \frac{1}{2}(0.8kg)[(1600) - (625)]$$

$$W = \frac{1}{2}(0.8kg)[(975)]$$

$$\boxed{\Rightarrow W = 390 Joule}$$

**مثال 5 – 7** : يتحرّك جسم كتلته $(150g)$ بحيث تكون سرعته عند لحظة معينة $(\vec{v} = 40m/s)$ ،

ما هي مقدار طاقته الحركية ؟

**الحل** :

$$K = \frac{1}{2}m\vec{v}^{\,2}$$

$$K = \frac{1}{2}(0.15)(40)^2$$

$$K = \frac{1}{2}(0.15)(1600)$$

$$\boxed{\therefore K = 120 Joule}$$

**مثال 5 – 8** : ينزلق قفص كتلته ( $50kg$ ) على منحدر طوله المنحدر ( $10m$ ) وتسارع القفص ( $2m/s^2$ ) ،

احسب الطاقة الحركية للقفص لدى بلوغه أسفل المنحدر ؟

**الحل** :

$$\vec{v}_o = 0$$

$$\because \vec{v}^2 = \vec{v}_o^{\,2} + 2\vec{a}\vec{x} \ldots (8-2)$$

$$\vec{v}^2 = 2\vec{a}\vec{x}$$

$$K = \frac{1}{2} m\vec{v}^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} m(2\vec{a}\vec{x}) \Rightarrow K = m.\vec{a}.\vec{x}$$

$$K = (50)(2)(10)$$

$$\boxed{\Rightarrow K = 1000 Joule}$$

**مثال 5 – 9** : ما هي القوة اللازمة لإكساب سيارة ساكنة كتلتها $(1300kg)$ سرعة قدرها $(20m/s)$ في مسافة $(80m)$ ؟

**الحل** : يُمكن حل المثال بطريقتين :

**الطريقة الأولى** :

$$\vec{v}_o = \vec{v}_1 = 0$$

$$W = \Delta K \Rightarrow W = (\frac{1}{2}m\vec{v}_2^{\,2} - \frac{1}{2}m\vec{v}_1^{\,2})$$

$$W = \frac{1}{2}(1300)(20)^2 - \frac{1}{2}(1300)(0)^2$$

$$W = (\frac{1}{2}(1300)(20)^2) = 260kJoule$$

$$W = \vec{F}.\vec{x} \Rightarrow 260 = \vec{F}(80)$$

$$\vec{F} = \frac{260}{80}$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{F} = 3.25kN}$$

**الطريقة الثانية** :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{v}^2 = \vec{v}_o^{\,2} + 2\vec{a}\vec{x} \ldots (8-2)$$

$$(20)^2 = (0)^2 + 2\vec{a}(80) \Rightarrow 400 = 160\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{400}{160} = 2.5m/s^2$$

$$\vec{F} = (1300)(2.5)$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{F} = 3.25kN}$$

## 3-5 القدرة ( Power )

يسمى المعدّل الزمني لبذل الشغل بالقدرة ويرمز له بالرمز ( $P$ ) ، وهي تعرّف أيضا بأنها الشغل المبذول في وحدة الزمن ، ويمكننا كتابة هذا التعريف بالصيغة الرياضية الآتية :

$$\boxed{P = \frac{W}{t} ...(8-5)}$$

وحدات القدرة هي عبارة عن وحدات الشغل ( $Joule$ ) مقسومة على وحدة الزمن ( $s$ ) ويسمى بالواط ( $Watt$ ) ، وهناك وحدة أخرى هي الكيلوواط ( $kW$ ) وتساوي ( 1000 واط ) ، وتستخدم وحدة أخرى لقياس القدرة هي ( القدرة الحصانية ) ( Horse Power ) حيث أن ( $1hp = 746W$ ) .

**مثال 5 - 10** : سيارة كتلتها ( $120kg$ ) يمكنها التسارع من السكون إلى أن تصبح سرعتها ( $25m/s$ ) في زمن مقداره ( $8s$ ) . ما متوسط القدرة التي يجب أن ينتجها المحرك ليحقق هذه العجلة ؟

**الحل** :

من المعادلة ( 8 − 5 ) :

$$P = \frac{W}{t} ...(8-5)$$

$$\because W = K_2 - K_1 = \Delta K ...(6-5)$$

$$W = \frac{1}{2} m\vec{v}_2^{\,2} - \frac{1}{2} m\vec{v}_1^{\,2}$$

$$W = \frac{1}{2}(120)(25)^2 - \frac{1}{2}(120)(0)^2$$

$$W = \frac{1}{2}(120)(625) = 37500J$$

$$P = \frac{37500}{8}$$

$$\boxed{\Rightarrow P = 4687.5Watt}$$

## 4-5 الدفع والزخم ( Impulse and Momentum )

إذا كانت القوة المؤثرة على جسم ثابت والحركة على خط مستقيم فبإستخدام قانون نيوتن الثاني نجد التعجيل والذي يكون ثابتا أيضا :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{v} ...(9-5)}$$

حيث أن زخم الجسم ( $\vec{P}$ ) كمية إتجاهية بإتجاه السرعة ، ويعرّف بكونه حاصل ضرب كتلة الجسم بسرعته ووحدة قياسه هي ( $kg.m/s$ ) .

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

إن المعادلة أعلاه توضّح أن التغير الزمني للزخم يساوي محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم ويكون بإتجاهها ، فإذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة في الجسم تساوي صفر ، فإن الزخم يبقى ثابتا في المقدار والاتجاه ، أي أن :

$$\vec{F} = 0$$

$$\vec{P} = Constant$$

عندما تكون القوى ( $\vec{F}$ ) معروفة كدالة للزمن يمكن إجراء التكامل على المعادلة أعلاه :

$$\int_{P_\circ}^{P} d\vec{P} = \int_{t_\circ}^{t} \vec{F}dt$$

$$\vec{P} - \vec{P}_\circ = \Delta\vec{P} = \int \vec{F}dt$$

حيث تسمى الكمية ( $\int \vec{F}dt$ ) بالدفع ويعرّف بكونه حاصل ضرب القوة في الفترة الزمنية التي تؤثر خلالها القوة وهو كمية اتجاهية أيضا ويرمز له ( $\vec{J}$ ) ، ووحدة قياسه هي ( $N.s$ ) ويساوي التغير في الزخم مقدارا و اتجاها .

$$\boxed{\vec{J} = \int \vec{F}dt = \Delta\vec{P} ...(10-5)}$$

**مثال 5 – 11** : سقطت كرة كتلتها $(4kg)$ رأسيا من سطح عمارة بإتجاه الأرض فإصطدمت بالأرض وبسرعة مقدارها $(40m/s)$ وإرتدت عن سطح الأرض مباشرة بسرعة مقدارها $(20m/s)$ ، إحسب مقدار الدفع الذي اثر في الكرة خلال فترة تماسها مع الأرض ؟

**الحل** :

من المعادلة ( $10-5$ ) :

الدفع = التغيّر في الزخم

$$\vec{J} = \int \vec{F}dt = \Delta\vec{P}...(10-5)$$

$$\vec{J} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$$

$$\vec{J} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

$$\vec{J} = (4).(20) - (4).(-40)$$

$$\boxed{\vec{J} = 240N.s}$$

**مثال 5 – 12** : كتلة مقدارها $(2kg)$ تتحرّك بسرعة $(6m/s)$ . كم يبلغ مقدار القوة اللازمة لإيقاف الكتلة في زمن مقداره $(7x10^{-4}s)$ ؟

**الحل** :

من المعادلة ( $10-5$ ) :

الدفع = التغيّر في الزخم

$$\vec{J} = \int \vec{F}dt = \Delta\vec{P}...(10-5)$$

$$\vec{J} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$$

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

$$\vec{F}.(7x10^{-4}) = (2).(0) - (2).(6)$$

$$\vec{F}(7x10^{-4}) = -12$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{F} = -1.7x10^{4}\,N}$$

والإشارة السالبة تعني أن القوة في عكس إتجاه الحركة .

## 5-5 التصادمات تامة المرونة والتصادمات عديمة المرونة

## (Completely Elastic and Inelastic Collisions )

إن مقدار الزخم محفوظ في أي تصادم تهمل فيه القوى الخارجية ، وأن الطاقة الحركية ربما تكون أو لا تكون ثابتة إعتمادا على نوع التصادم ، ولذلك تصنّف التصادمات إلى :

### 1-5-5 التصادمات تامة المرونة ( Completely Elastic Collisions ) :

وهي التصادمات التي تكون فيها الطاقة الحركية الكلية وكذلك الزخم نفسه قبل وبعد التصادم ، ولا يصاحبه فقدان في الطاقة الحركية للنظام .

$$\left[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)\right]_{before}=\left[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)\right]_{after}\ldots(11-5)$$

$$\left[(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1^{\,2})+(\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2^{\,2})\right]_{before}=\left[(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1^{\,2})+(\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2^{\,2})\right]_{after}\ldots(12-5)$$

بالنسبة للتصادم المرن التام فإن السرعة النسبية للجسمين قبل التصادم $(\vec{v}_1-\vec{v}_2)_{before}$ يساوي سالب سرعتيهما النسبية بعد التصادم $-(\vec{v}_1-\vec{v}_2)_{after}$ وحاصل القسمة بين المقدارين يساوي ما يعرف بمعامل التصادم ( e ) أو معامل الارتداد ، ويحسب قيمته من المعادلة الآتية :

$$e=\frac{(\vec{v}_2-\vec{v}_1)_{after}}{(\vec{v}_1-\vec{v}_2)_{before}}\,(13-5)$$ ( e : معامل التصادم )

**2-5-5 التصادمات عديمة المرونة ( Completely Inelastic Collisions ) :**

وهي التصادمات التي لا تكون فيها الطاقة الحركية الكلية نفسها قبل وبعد التصادم ولكن الزخم يكون محفوظا ، وبالتالي فإن الطاقة الحركية للمجموعة قبل التصادم تختلف عنها بعد التصادم ويسمى هذا النوع ( **بالتصادم الغير المرن** )، وهنا يحصل ضياع جزء من الطاقة الحركية وفيه لا تلتحم الأجسام مع بل تبقى منفصلة ، بينما إذا إلتصق الجسمان معا وأصبحا يتحركان معا كجسم واحد بعد التصادم وبسرعة ( $\vec{v}_2$ ) ، فيسمى هذا النوع ( **بالتصادم عديم المرونة** ) وهنا يحصل ضياع كل الطاقة الحركية ويحدث تغير ولو طفيف في شكل الجسم عند عملية التصادم.

$$\boxed{\left[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)\right]_{before}=\left[(m_1+m_2)\vec{v}_2\right]_{after}\quad...(14-5)}$$

$$\boxed{\left[(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1{}^2)+(\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2{}^2)\right]_{before}=\left[(\frac{1}{2}m_1+m_2)\vec{v}_2{}^2)\right]_{after}\quad...(15-5)}$$

**ملاحظة :**

**1**- السرعة تكون موجبة بإتجاه محور السينات الموجب ( حركة الجسم نحو اليمين ) ، وسالبة بإتجاه محور السينات السالبة ( حركة الجسم نحو اليسار ) .

**2**- معامل التصادم يساوي ( 1 ) للتصادمات التامة المرونة ، ويكون أقل من واحد للتصادمات غير المرنة .

**مثال 5 - 13** : يتحرك جسم كتلته ( $16g$ ) في الإتجاه الموجب للمحور ( $x$ ) وبسرعة ( $30cm/s$ ) ، ويتحرك جسم آخر كتلته ( $4g$ ) في الإتجاه السالب للمحور ( $x$ ) وبسرعة ( $50cm/s$ ) ، يصطدم الجسمان بشكل مباشر ويلتحمان مع بعضهما ويصبحان جسما واحدا ، أوجد سرعة الجسم الجديد بعد التصادم ؟

**الحل** :

من المعادلة ( $14-5$ ) :

$$[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)]_{before}=[(m_1+m_2)\vec{v}_2]_{after}\ldots(14-5)$$

$$[((0.016)(0.3))+((0.004)(-0.5))]_{before}=[(0.004+0.016)\vec{v}_2]_{after}$$

$$[(0.0048)-(0.002)]_{before}=[(0.02)\vec{v}_2]_{after}$$

$$0.0028=0.02\vec{v}_2$$

$$\vec{v}_2=\frac{0.0028}{0.02}$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{v}_2=0.14m/s}$$

**مثال 5 – 14** : كرة صغيرة كتلتها $(0.3kg)$ تتحرك بسرعة $(4m/s)$ تصطدم مع كرة كبيرة في حالة سكون كتلتها $(0.5kg)$ بشكل مرن ، كم تكون سرعة كل من الكرتين بعد الإصطدام ؟

**الحل** :

من المعادلة $(11-5)$ :

$$[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)]_{before}=[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)]_{after}...(11-5)$$

$$[((0.3)(4))+((0.5)(0))]_{before}=[((0.3)(\vec{v}_1))+((0.5)\vec{v}_2)]_{after}$$

$$[(1.2)+(0)]_{before}=[(0.3\vec{v}_1)+(0.5\vec{v}_2)]_{after}$$

$$2.4=[(0.6\vec{v}_1)+(\vec{v}_2)]_{after}$$

$$\boxed{\Rightarrow(\vec{v}_2+0.6\vec{v}_1)_{after}=2.4...(1)}$$

$$\because[(\vec{v}_1)-(\vec{v}_2)]_{before}=-[(\vec{v}_1)-(\vec{v}_2)]_{after}$$

$$[(4)-(0)]_{before}=[(\vec{v}_2)-(\vec{v}_1)]_{after}$$

$$\boxed{(\vec{v}_2-\vec{v}_1)_{after}=4...(2)}$$

بجمع المعادلة الأولى مع سالب المعادلة الثانية ينتج :

$$1.6(\vec{v}_1)_{after}=-1.6$$

$$\boxed{\Rightarrow(\vec{v}_1)_{after}=-1m/s}$$

وبتعويض قيمة $(\vec{v}_1)_{after}$ في المعادلة الثانية ينتج :

$$\boxed{(\vec{v}_2)_{after}=3m/s}$$

**مثال 5 - 15** : كرة كتلتها $(1kg)$ متحرّكة بسرعة $(12m/s)$ تصادمت بالتقابل مع كرة كتلتها $(2kg)$ متحرّكة في الإتجاه المضاد بسرعة $(24m/s)$ . حدّد حركة كل كرة بعد التصادم في الحالات الآتية :

**1-** عندما معامل التصادم ( الإرتداد ) يساوي $(\frac{2}{3})$ ؟

**2-** عندما تلتصق الكرتان معا ؟

**3-** عندما يكون التصادم مرنا تماما ؟

**الحل** : كمية التحرّك محفوظة في جميع الحالات الثلاث ، ومن ثم يمكننا كتابة المعادلة الآتية :

$$[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)]_{before}=[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)]_{after}$$

$$[((1)(12))+((2)(-24))]_{before}=[((1)(\vec{v}_1))+((2)(\vec{v}_2))]_{after}$$

$$[(12)+(-48)]_{before}=[(\vec{v}_1)+(2\vec{v}_2)]_{after}$$

$$\boxed{[(-36)]_{before}=[(\vec{v}_1)+(2\vec{v}_2)]_{after}}$$

**1 -** عندما معامل التصادم ( الإرتداد ) يساوي $(\frac{2}{3})$ ؟

$$e=\frac{(\vec{v}_2-\vec{v}_1)_{after}}{(\vec{v}_1-\vec{v}_2)_{before}}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{(\vec{v}_2-\vec{v}_1)_{after}}{(12-(-24))_{before}}$$

ومنها ينتج أن $24=\vec{v}_2-\vec{v}_1$ وبإضافة هذه المعادلة إلى معادلة الزخم الموّضحة أعلاه نجد أن :

$$\boxed{\vec{v}_1=-28m/s} \text{ و } \boxed{\vec{v}_2=-4m/s}$$

**2 -** عندما تلتصق الكرتان معا ؟

في هذه الحالة $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$ ومن ثم تصبح معادلة الزخم :

$$3\vec{v} = -36m/s$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_1 = \vec{v}_2 = -12m/s}$$

**3 -** عندما يكون التصادم مرنا تماما ؟

$$e = \frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)_{after}}{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)_{before}}$$

$$1 = \frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)_{after}}{(12 - (-24))_{before}}$$

ومنها ينتج أن $36 = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ وبإضافة هذه المعادلة إلى معادلة الزخم الموّضحة أعلاه نجد أن :

$$\boxed{\vec{v}_1 = -36m/s} \text{ و } \boxed{\vec{v}_2 = 0}$$

**مثال 5 – 16** : يصطدم جسمان تصادما مباشرا عديم المرونة ، بفرض أن كتلة الأول ( $0.5kg$ ) والثاني ( $0.25kg$ )

، وسرعة الأول ( $4m.s^{-1}$ ) والثاني ( $3m.s^{-1}$ ) . إحسب :

**1**- سرعة الجسم الجديد بعد التصادم ؟

**2**- مقدار الفقد في الطاقة الحركية نتيجة التصادم ؟

**الحل** :

**1** – سرعة الجسم الجديد بعد التصادم ؟

من المعادلة ( 5 – 14 ) :

$$\left[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)\right]_{before}=\left[(m_1+m_2)\vec{v}_2\right]_{after}...(14-5)$$

$$\left[((0.5)(4))+((0.25)(-3))\right]_{before}=\left[(0.5+0.25)\vec{v}_2\right]_{after}$$

$$\left[(2)+(-0.75)\right]_{before}=\left[(0.75)\vec{v}_2\right]_{after}$$

$$(\vec{v}_2)_{after}=\frac{(2-0.75)}{(0.75)}$$

$$\boxed{\Rightarrow(\vec{v}_2)_{after}=1.67m.s^{-1}}$$

**2 -** مقدار الفقد في الطاقة الحركية نتيجة التصادم ؟

الطاقة الحركية **قبل التصادم** هي ( الحد الأيسر من المعادلة ( 15 − 5 ) ) :

$$K_{before} = \left[ (\frac{1}{2} m_1 \vec{v}_1^{\,2}) + (\frac{1}{2} m_2 \vec{v}_2^{\,2}) \right]_{before}$$

$$K_{before} = \left[ (\frac{1}{2}(0.5)(4)^2) + (\frac{1}{2}(0.25)(-3)^2) \right]_{before}$$

$$K_{before} = \left[ (\frac{1}{2}(0.5)(16)) + (\frac{1}{2}(0.25)(9)) \right]_{before}$$

$$K_{before} = \left[ (4) + (1.125) \right]_{before}$$

$$\boxed{\Rightarrow K_{before} = 5.125 J}$$

الطاقة الحركية **بعد التصادم** هي ( الحد الأيمن من المعادلة ( 15 − 5 ) ) :

$$K_{after} = \left[ ((\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\vec{v}_2^{\,2}) \right]_{after}$$

$$K_{after} = \left[ (\frac{1}{2}(0.5 + 0.25)(1.67)^2) \right]_{after}$$

$$K_{after} = \left[ (\frac{1}{2}(0.75).(2.79) \right]_{after}$$

$$\boxed{\Rightarrow K_{after} = 1.05 J}$$

وبذلك يكون مقدار الفقد في الطاقة الحركية نتيجة التصادم هو :

$$K_{loss} = K_{after} - K_{before}$$

$$\Rightarrow K_{loss} = (1.05 J) - (5.125)$$

$$\boxed{\therefore K_{loss} = -4.08 J}$$

# مسائل الفصل الخامس
## الشغل والطاقة والقدرة
## ( Work, Energy and Power )
## (( 5 ))

س1 : عربة كتلتها $(300kg)$ يجرها حصان مسافة $(10km)$ . ما هو الشغل المبذول للتغلب على الإحتكاك بين العربة والسطح إذا كان معامل الإحتكاك الحركي هو $(0.06)$ ؟

**الإجابة** : $\boxed{W_f = -1764kJ}$

---

س2 : ما هي القوة اللازمة لإكساب سيارة ساكنة كتلتها $(1200kg)$ سرعة قدرها $(30m/s)$ في مسافة $(60m)$ ؟

**الإجابة** : $\boxed{\vec{F} = 9kN}$

---

س3 : إحسب القدرة المتوسطة التي يبذلها رجل كتلته $(60kg)$ ليصعد إلى الطابق الثالث في عمارة علما بأن الطابق يرتفع $(12m)$ عن سطح الأرض ويحتاج الرجل إلى :

**1**- $(45s)$ للصعود إلى الطابق ؟

2- دقيقة ونصف للصعود إلى الطابق ؟

**الإجابة** : $\boxed{P = 160W}$ ، $\boxed{P = 80W}$

---

س4 : ما متوسط القوة المقاومة التي تؤثر على كتلة $(3kg)$ لتخفض سرعتها من $(65m/s)$ إلى $(15m/s)$ خلال $(20s)$؟

**الإجابة** : $\boxed{\overline{F} = -7.5N}$

---

س5 : جسمان كتلتاهما $(8kg)$ و $(4kg)$ يتحركان في إتجاهين متضادين على المحور $(x)$ بسرعة $(11m/s)$ في الإتجاه الموجب للمحور $(x)$ و $(7m/s)$ في الإتجاه السالب للمحور $(x)$ على الترتيب ، تصادما وإلتصقا ببعضهما معا . إحسب سرعة الجسم الجديد بعد التصادم مباشرة ؟

**الإجابة** : $\boxed{\vec{v}_2 = 5m/s}$

---