

الفصل الثاني

الخواص الميكانيكية للمادة (Mechanical Properties of Matter)

((2))

1-2 المرونة (Elasticity)

1-1-2 الإجهاد (Stress)

2-1-2 الإنفعال أو المطاوعة (Strain)

2-2 أنواع الإنفعال (Kinds of Strain)

1-2-2 الإنفعال المرن (Elastic Strain)

2-2-2 الإنفعال اللدن (Plastic Strain)

3-2 معاملات المرونة (Modulus of Elasticity)

1-3-2 معامل المرونة الطولي (معامل يونك) (Y) (Young's Modulus)

2-3-2 معامل المرونة القصي (G) (Shear Modulus)

3-3-2 معامل المرونة الحجمي (B) (Bulk Modulus)

4-2 معامل الإنضغاطية (k) (Compressibility Modulus)

5-2 نسبة بواسون (Poisson's Ratio)

6-2 الصلادة (H) (Hardness)

7-2 المتانة (T) (Toughness)

الفصل الثاني

الخواص الميكانيكية للمادة (Mechanical Properties of Matter)

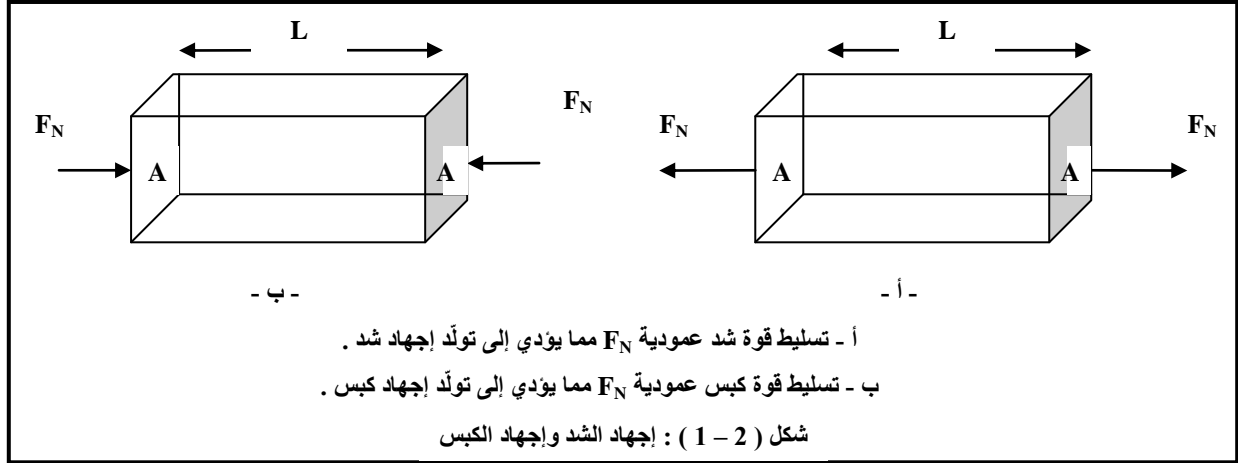
1-2 المرونة (Elasticity)

يتطرق موضوع المرونة إلى دراسة الكيفية التي تتغير فيها شكل المادة وحجمها عند تسليط قوة خارجية ، والعلم الذي يدرس هذا الموضوع يعرف بمقاومة المواد (Strength of Materials) .

كما نعرفه أن الجسم الصلب (Rigid Body) هو الجسم الذي لا يتغير شكله أو حجمه بتأثير القوى الخارجية ، ولكن في الواقع كل المواد تتأثر بالقوى المسلطة عليها ولكن بدرجات متفاوتة وتسمى المادة التي تسترجع شكلها وحجمها الأصليين عند زوال القوة بأنها مادة تامة المرونة وخلافا لذلك تسمى مادة لدنة ، وتفقد المادة خاصية المرونة هذه إذا إزدادت القوة عن مقدار معين يسمى حد المرونة (Elastic Limit) ، وتدرس خواص المرونة للمواد بواسطة كميتين هما الإجهاد (Stress) والانفعال (Strain) .

1-1-2 الإجهاد (Stress)

إذا تم شد أو كبس قضيب مساحة مقطعه (A) وطوله (L) بقوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه وتقعان على إستقامة واحدة مقدار كل منهما (\vec{F}) وكما موضح في الشكل (1 - 2) :

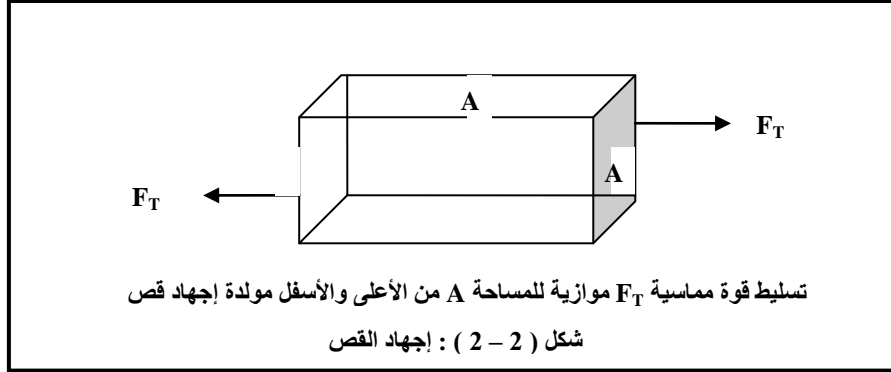


فإن القضيب يبقى في حالة إتزان وتسمى قوة الشد لوحدة المساحة بإجهاد الشد (Tension Stress) ، أما قوة الكبس لوحدة المساحة فتسمى بإجهاد الكبس (Compressive Stress) ، ويعبر عن الإجهاد بالعلاقة التالية ، وذلك تبعا لنوع القوة المؤثرة والتي تعمل على تغيير شكل وحجم الجسم :-

$$\text{Stress}(\delta) = \frac{\vec{F}}{A} (N/m^2) \dots (1-2)$$

قد تكون القوة مماسية لسطح الجسم فتقوم بتغيير شكله حيث تكون القوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه ولكن تعملان على خطوط تأثير مختلفة كما مبين في الشكل (2 - 2) وتسمى القوى المماسية لوحدة المساحة بإجهاد القص (Shearing Stress) وتسمى اختصاراً بالقص (Shear) ويعبر عنه بالعلاقة :

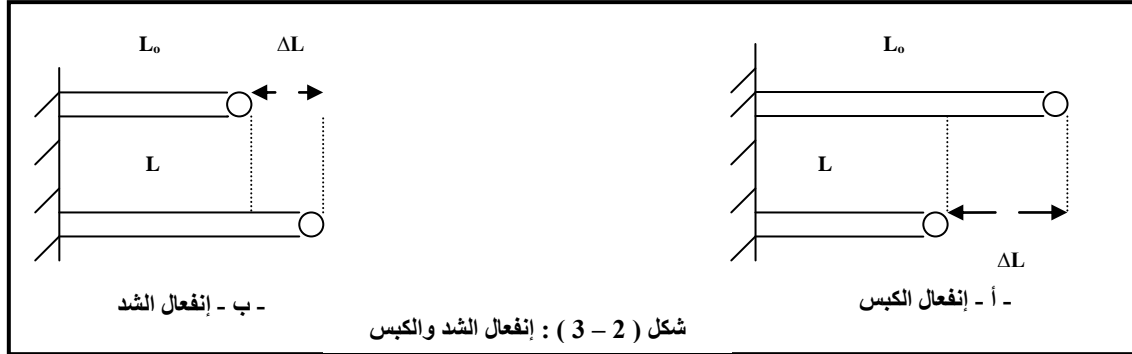
$$ShearStress(\tau) = \frac{\vec{F}_T}{A} (N / m^2) \dots (2 - 2)$$



هناك إجهادات أخرى مثل إجهاد اللوي (Torsion Stress) حيث يدرس تأثير القوى المماسية للقصبان والتي تعمل على لويها ، وكذلك إجهاد الصدمة (Impact Stress) الذي يدرس تأثير اصطدام الأجسام السريعة بالمادة الصلبة ، وهناك نوع آخر من الإجهاد يسمى ضغط الموائع الساكنة (P) مصدره ضغط المائع ويعرّفه بالقوة العمودية المسطحة على وحدة المساحة من المائع .

2-1-2 الإنفعال أو المطاوعة (Strain)

وهو التغير النسبي لأبعاد أو شكل الجسم عندما يتعرض لإجهاد معين ، وهناك أنواع معينة من الإنفعال تبعاً لنوع الإجهاد المسلط ، فإذا كان الإجهاد المسلط كُبحاً سبب قصراً في طول الجسم بمقدار (ΔL) وتسمى النسبة بإنفعال الكُبح ، وإذا كان الإجهاد المسلط شداً سبب زيادة في طوله بمقدار (ΔL) وتسمى النسبة بإنفعال الشد ،



كما ميّنت في الشكل (2 - 3) وغالباً ما يرمز له بالرمز (ϵ) .

ويعبر عن الإنفعال بالحالتين السابقتين بالعلاقة التالية :

$$Strain(\epsilon) = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} \dots (3-2)$$

أما إذا سلط إجهاد قص فإن هذا يؤدي إلى تغيير شكل الجسم وتقاس إنفعال القص (γ) (Shearing Strain) وهو يتناسب مع مقدار ظل الزاوية (θ) وتكون هذه الزاوية صغيرة وظلها يساويها بالمقدار (عند القياس النصف القطري للزاوية) :

$$ShearingStrain(\gamma) = \frac{\Delta X}{h} \dots (4-2)$$

أما الإنفعال الناتج عن الضغط (P) فسمى بالإنفعال الحجمي والتي تساوي التغير في الحجم نتيجة الضغط المسلط :

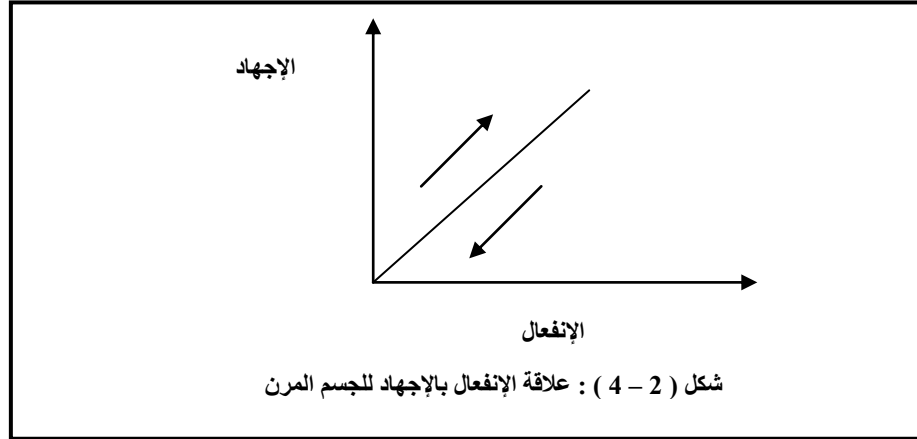
$$VolumeStrain = \frac{\Delta V}{V_0} \dots (5-2)$$

ومن الجدير بالذكر أن الإنفعال يكون مجرداً من الوحدات وذلك لأنه ينتج عن حاصل قسمة الأبعاد نفسها .

2-2 أنواع الإنفعال (Kinds of Strain)

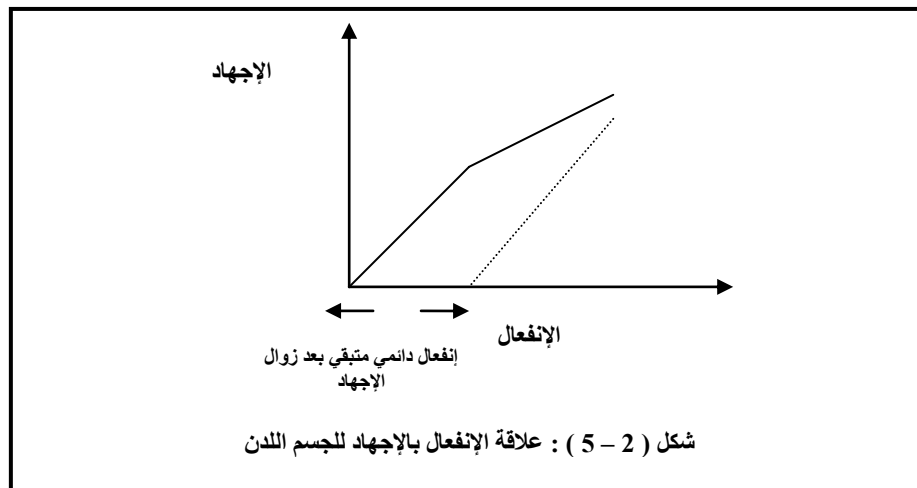
1-2-2 الإنفعال المرن (Elastic Strain)

وهو إنفعال مؤقت يزول بزوال المؤثر ، إذ يتلاشى الإنفعال بعد إزالة الإجهاد المسلط ، وقيمة الإنفعال المرن تتناسب طردياً مع مقدار الإجهاد المسلط وكما مبين في الشكل (2 - 4) .



2-2-2 الإنفعال اللدن (Plastic Strain)

وهو إنفعال ذو تأثير دائم لا يزول عند زوال المؤثر ، إذ لا يتلاشى بعد الإجهاد المسلط ، ويحدث هذا للمادة نتيجة لتسليط إجهاد بمقدار يتجاوز حد المرونة ، وكما مبين في الشكل (2 - 5) .



3-2 معامل المرونة (Modulus of Elasticity)

تعرف المرونة على أنها قابلية المادة على إستعادة شكلها الأصلي بعد إزالة القوة المؤثرة والمسببة للتشويه ، وهناك أنواع مختلفة من المعاملات ويعتمد نوع المعامل على نوع التشوه الذي تتعرض له المادة كالإستطالة والإنحناء وغيرها وتمثل جميع المعاملات بإيجاد نسبة الإجهاد إلى الإنفعال :

$$\text{Modulus of Elasticity} = \frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} \dots (6-2)$$

إن وحدات معامل المرونة هي وحدات الإجهاد نفسه لأن الإنفعال لا وحدات له ، عندما يكون الإجهاد ضمن حدود المرونة فإن نسبة الإجهاد إلى المطاوعة ستكون مقدارا ثابتا ويسمى هذا الثابت بمعامل المرونة وتبقى هذه النسبة ثابتة للمادة الواحدة المتجانسة الخواص ضمن حدود المرونة حيث تكون العلاقة خطية بين الإجهاد والإنفعال ولا يعتمد على الزمن وهذا ما يعرف بقانون هوك (Hooks Law) .

1-3-2 معامل المرونة الطولي (معامل يونك) (Y) (Young's Modulus)

يعرف معامل يونك بأنه نسبة الإجهاد إلى المطاوعة في حالتها الإستطالة والإنحناء الطوليين :

$$\text{Young Modulus}(Y) = \frac{\frac{\vec{F}}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} \dots (a7-2)$$

$$\text{Young Modulus}(Y) = \frac{\vec{F}}{A} \cdot \frac{L}{\Delta L} (N / m^2) \dots (b7-2)$$

إن وحدات معامل يونك هي وحدة الإجهاد نفسه (نيوتن / م²) أو (دايين / سم²) ويعتمد معامل يونك على نوع المادة وليس على أبعادها .

مثال 2 - 1 : سلك من فلز طوله $(75cm)$ وقطره $(0.130cm)$ يستطيل بمقدار $(0.0350cm)$

عندما يعلق بطرفه ثقل مقداره $(8kg)$. احسب :

1 - إجهاد الشد ؟

2 - إنفعال الشد ؟

3 - معامل يونغ لمادة السلك ؟

الحل :

1 - احسب إجهاد الشد :

نوجد مساحة المقطع العرضي للسلك (πr^2) :

$$A = \pi r^2 = (3.14) \left(\frac{0.130}{100} \right)^2 = (3.14)(0.4225 \times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow A = 1.32665 \times 10^{-6} m^2$$

$$F = mg = (8)(9.8)$$

$$\Rightarrow F = 78.4N$$

من المعادلة (2 - 1) :

$$Stress(\delta) = \frac{\vec{F}}{A} (N/m^2) \dots (1-2)$$

$$Stress(\delta) = \frac{78.4}{1.32665 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow Stress(\delta) = 5.91 \times 10^7 (N/m^2)$$

2 - لحساب إفعال الشد :

من المعادلة (3 - 2) :

$$Strain(\varepsilon) = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L - L_0}{L} \dots (3 - 2)$$

$$Strain(\varepsilon) = \frac{0.0350cm}{75cm}$$

$$\Rightarrow Strain(\varepsilon) = 4.67 \times 10^{-4}$$

3 - لحساب معامل يونغ لمادة السلك :

من المعادلة (7 - 2) :

$$YoungModulus(Y) = \frac{\frac{\vec{F}}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} \dots (7 - 2)$$

$$YoungModulus(Y) = \frac{5.91 \times 10^7}{4.67 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow YoungModulus(Y) = 1.27 \times 10^{11} (N / m^2)$$

مثال 2 - 2 : عمود صلب إسطواني طوله (4m) وقطره (9cm) . ما مقدار التغير في الطول عندما

يحمل ثقل (80000kg) ، إذا كان معامل يونغ للعمود يساوي ($1.9 \times 10^{11} N/m^2$) ؟

الحل :

نوجد مساحة المقطع العرضي للعمود (πr^2) :

$$A = \pi r^2 = (3.14) \left(\frac{9}{100} \right)^2$$

$$\Rightarrow A = 6.36 \times 10^{-3} m^2$$

$$F = mg = (80000)(9.8)$$

$$\Rightarrow F = 784000 N$$

من المعادلة (7 - 2) :

$$YoungModulus(Y) = \frac{F}{A} \cdot \frac{L}{\Delta L} (N/m^2) \dots (7 - 2)$$

$$\Delta L = \frac{F}{A} \cdot \frac{L}{Y} = \frac{(784000)(4)}{(6.36 \times 10^{-3})(1.9 \times 10^{11})}$$

$$\Rightarrow \Delta L = 2.6 \times 10^{-3} m$$

2-3-2 معامل المرونة القصي (G) (Shear Modulus)

يعرف معامل المرونة القصي على أنه نسبة إجهاد القص إلى إنفعال القص :

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{\frac{F_T}{A}}{\frac{\Delta X}{h}} \dots (a8-2)$$

$$ShearModulus(G) = \frac{F_T}{A} \cdot \frac{h}{\Delta X} (N / m^2) \dots (b8-2)$$

إن وحدات معامل المرونة القصي هي وحدة الإجهاد نفسه (نيوتن / م²) أو (دايين / سم²) ، ويكون أقل قيمة وأقل أهمية من معامل يونغ وذلك لأنه من السهل جعل الذرات للمادة الصلبة تنزلق على بعضها بينما عملية تفريق الذرات من بعضها البعض أو تفريقها تكون لها صعوبة كبيرة أكبر مما هي عليه في حالة إنزلاق الذرات ، وعموماً فإن قيم معامل المرونة القصي تكون واقعة بين ($\frac{1}{2}$ إلى $\frac{1}{3}$) من قيم معامل يونغ .

مثال 2 - 3 : قطعة حلوى على شكل صندوق مساحة سطحه العلوي (15cm^2) وارتفاعه (3cm) ، عندما تؤثر

قوة قص مقدارها (0.50N) على السطح العلوي فإنه يزاح مسافة (0.4cm) بالنسبة للسطح السفلي . أوجد :

1- مقدار إجهاد القص ؟

2- مقدار إنفعال القص ؟

3- معامل المرونة القصي ؟

الحل :

1- لإيجاد مقدار إجهاد القص :

من المعادلة (2 - 2) :

$$\text{ShearStress}(\tau) = \frac{\vec{F}_T}{A} (N / m^2) \dots (2 - 2)$$

$$\text{ShearStress}(\tau) = \frac{(0.50)}{(15 \times 10^{-4})} \Rightarrow \text{ShearStress}(\tau) = 333.33 (N / m^2)$$

2- لإيجاد مقدار إنفعال القص :

من المعادلة (4 - 2) :

$$\text{ShearingStrain}(\gamma) = \frac{\Delta X}{h} \dots (4 - 2)$$

$$\text{ShearingStrain}(\gamma) = \frac{(0.40)}{(3)} \Rightarrow \text{ShearingStrain}(\gamma) = 0.13$$

3- لإيجاد مقدار معامل المرونة القصية :

من المعادلة (8 - 2) :

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{\frac{F_T}{A}}{\frac{\Delta X}{h}} \dots (8 - 2)$$

$$G = \frac{333.33}{0.13} \Rightarrow G = 2564.07 (N / m^2)$$

3-3-2 معامل المرونة الحجمي (B) (Bulk Modulus)

يسمى بالمعامل الحجمي ويعرف بأنه النسبة بين الإجهاد في الموائع (الضغط المسلط) إلى الانفعال المناظر له (أي التغير النسبي في حجم المائع) :

$$BulkModulus(B) = \frac{-P}{\frac{\Delta V}{V}} \dots (9-2)$$

حيث أن الإشارة السالبة تعني أن الزيادة (أو نقصان) في الضغط المسلط على المائع يولد نقصاناً (أو زيادة) في حجم المائع ، أما وحدة المعامل الحجمي فهي وحدة الضغط .

مثال 2 - 4 : معامل المرونة الحجمية للماء يساوي $(2.1 \times 10^9 N/m^2)$. احسب النقص في حجم $(100mL)$

من الماء عندما تتعرض لضغط مقداره $(1.5 \times 10^6 N/m^2)$ ؟

الحل :

من المعادلة (9 - 2) :

$$BulkModulus(B) = \frac{-P}{\frac{\Delta V}{V}} \dots (9-2)$$

$$2.1 \times 10^9 = \frac{-(1.5 \times 10^6)}{\frac{\Delta V}{100}}$$

$$\Delta V = -\frac{(100)(1.5 \times 10^6)}{(2.1 \times 10^9)} \Rightarrow \Delta V = -0.071 mL$$

4-2 معامل الإنضغاطية (k) (Compressibility Modulus)

يعرف معامل الإنضغاطية بأنه مقلوب معامل المرونة الحجمي أي أنه :

$$k = \frac{1}{B} \dots (10-2)$$

مثال 2 - 5 : إذا كانت إنضغاطية الماء تساوي $(5 \times 10^{-10} m^2 / N)$. احسب النقص في حجم $(100 mL)$

من الماء عندما يتعرض لضغط مقداره $(15 \times 10^6 N / m^2)$ ؟

الحل :

من المعادلة (2 - 10) :

$$k = \frac{1}{B} \dots (10 - 2)$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{k} = \frac{1}{5 \times 10^{-10}}$$

$$\therefore B = 2 \times 10^9 N / m^2$$

من المعادلة (2 - 9) :

$$Bulk Modulus(B) = \frac{-P}{\frac{\Delta V}{V}} \dots (9 - 2)$$

$$2 \times 10^9 = \frac{-(15 \times 10^6)}{\frac{\Delta V}{100}} \Rightarrow \Delta V = -\frac{(100)(15 \times 10^6)}{(2 \times 10^9)}$$

$$\therefore \Delta V = -0.75 mL$$

5-2 نسبة بواسون (Poisson's Ratio)

عندما يتعرض جسم إلى تأثير قوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه (قوى سحب) فإنه يستطيل (أي يزداد طوله) باتجاه قوى السحب وينكمش أو يتقلص بالاتجاه العمودي أي يقل عرضه أو سمكه والعكس صحيح .

إن النسبة بين التغير الجانبي إلى التغير الطولي يعبر عنه (نسبة بواسون) وهي ثابت مرونة مهم خالي من الوحدات .

إن الإنفعال الناتج باتجاه قوى السحب أو الكبس يسمى بالإنفعال الطولي (Longitudinal) ، أما الإنفعال الناتج بالاتجاه العمودي على اتجاه القوى المسلطة يسمى بالإنفعال الجانبي أو العرضي (Lateral) :

$$Longitudinal = \frac{\Delta L}{L} \dots (a11 - 2)$$

$$Lateral = \frac{\Delta r}{r} \dots (b11 - 2)$$

$$PoissonRatio = \frac{LatralStrain}{LongitudinalStrain} = \frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L}} \dots (12 - 2)$$

6-2 الصلادة (H) (Hardness)

تعرف الصلادة على أنها مقاومة المادة لإختراق سطحها من قبل الأجسام المدببة أو مقاومتها للخدش ، ويتم قياس الصلادة عن طريق إيجاد مساحة الإختراق للمرم الماسي الذي يحدثه إختراق المرم المدبب تحت ثقل قياسي ومنها ما يعتمد على قياس عمق الإختراق لسطح المادة والذي يحدثه مثل قياسي .

7-2 المتانة (T) (Toughness)

يعرف المتانة على أنها الطاقة اللازمة لكسر وتمزيق المادة ، ويمكن إيجاد الطاقة من حاصل ضرب القوة في المسافة وهي تمثل المساحة أسفل منحني الإجهاد - إنفعال .

مسائل الفصل الثاني
الخواص الميكانيكية للمادة
(Mechanical Properties of Matter)
((2))

س1 : قضيب حديد طوله (4m) ومساحة مقطعه ($0.5cm^2$) يستطيل بمقدار (1mm) عندما تعلق بيناهيته السفلى كتلة مقدارها (222kg) . احسب معامل يونغ لمادة القضيب ؟

الإجابة: $Y = 176GPa$

س2 : احسب التغير النسبي في الحجم عندما يقل ضغط الجو ($1 \times 10^5 Pa$) حول قطعة معدنية إلى الصفر بوضع القطعة في الفراغ . إذا علمت أن معامل المرونة الحجمية للمعدن يساوي (125GPa) ؟

الإجابة: $\frac{\Delta V}{V} = 8 \times 10^{-7}$

س3 : ثقل مقداره (50kg) يؤثر على الطرف السفلي لقضيب صلب طوله (80cm) وقطره (0.60cm) . ما مقدار الإستالة في القضيب ، إذا علمت أن معامل يونغ للقضيب يساوي (190GPa) ؟

الإجابة: $\Delta L = 73 \mu m$

س4 : احسب التغير الحجمي في مكعب نحاسي طول ضلعه (40mm) عندما يتعرض لضغط مقداره (20MPa) . إذا علمت أن معامل المرونة الحجمية للنحاس يساوي (125GPa) ؟

الإجابة: $\Delta V = -10mm^3$

س5 : قوتان متوازيتان ومتضادتان قيمة كل منهما (4000N) تؤثران مماسيا على وجهيين متقابلين لمكعب من فلز طول ضلعه (25cm) . احسب إزاحة السطح العلوي بالنسبة للسطح السفلي . إذا علمت أن معامل القص للفلز يساوي (80GPa) ؟

الإجابة: $\Delta x = 2 \times 10^{-7} m$