الفصل الثاني

الحركة الخطية (Linear Motion)

((2))

الفصل الثاني

الحركة الخطية (Linear Motion)

1-2 الحركة (Motion)

يُمكن تعريف الحركة بصورة عامة بكونها تغيّر موقع الجسم بالنسبة إلى نقطة معينة ، وتُعتبر الحركة الخطية أبسط أنواع الحركة .

2-2 الإزاحة والسرعة والتعجيل (Displacement, Velocity and Acceleration)

إذا تحرّك جسم على مسار معين من النقطة (a) إلى النقطة (b) فالمتجه الواصل بينهما يسمى بالإزاحة (Displacement) ويرمز لها ($\Delta\vec{x}$) وهي كمية متجهة .

أما السرعة (Velocity) في أي نقطة على مسار الجسم فهي المعدّل الزمني للإزاحة أو تغيّر الإزاحة مع الزمن ويعبّر عنها بالعلاقة التفاضلية الآتية :-

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} m/s \ldots (1-2)}$$

حيث أن ($d\vec{x}$) هو عنصر الإزاحة الذي يقطعها الجسم خلال الفترة الزمنية القصيرة (dt) .

يُطلق على السرعة ($\vec{v}$) بالسرعة الآنية (Instantaneous Velocity) لأنها تُمثل السرعة عند لحظة زمنية قصيرة (dt) وتكون السرعة كمية متجهة لأنها تنتج من حاصل قسمة كمية متجهة (الإزاحة) على كمية عددية (الزمن) .

إذا بقي مقدار وإتجاه السرعة ($\vec{v}$) ثابتيين أثناء الحركة سُميت السرعة (سرعة منتظمة) (Uniform Velocity) ، أما إذا تغيّر مقدار السرعة أو إتجاهها أو كلاهما أثناء الحركة سُميت السرعة (سرعة غير منتظمة) (Non-Uniform Velocity) وعندئذٍ تكون الحركة معجّلة (Accelerated) ويُعرف تعجيلها ($\vec{a}$) وفقا للعلاقة الآتية :-

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{x}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} m/s^2 \ldots (2-2)}$$

3-2 أنواع الحركة الخاصة (Types of Special Motion)

1-3-2 الحركة ذات السرعة المنتظمة على خط مستقيم (Motion Of Uniform Velocity On Straight Line)

عندما يكون الجسم في حركة ذات سرعة منتظمة على خط مستقيم تكون سرعته ثابتة ، أي أن :

$$\vec{v} = constant$$

أي أن تعجيل الجسم = صفرا لأن سرعته تكون ثابتة .

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} \Rightarrow d\vec{x} = \vec{v}dt$$

$$\int_{\vec{x}_o}^{\vec{x}} d\vec{x} = \int_{t_o}^{t} \vec{v}dt$$

$$\vec{x} - \vec{x}_o = \vec{v}\int_{t_o}^{t} dt \Rightarrow \vec{x} - \vec{x}_o = \vec{v}(t - t_o)$$

$$\boxed{\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}(t - t_o) \ldots (3-2)}$$

2-3-2 الحركة ذات التعجيل المنتظم على خط مستقيم (Motion Of Uniform Acceleration On Straight Line)

عندما يكون الجسم في حركة ذات تعجيل منتظم على خط مستقيم يكون تعجيله ثابتا ، أي أن :

$$\vec{a} = constant$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a}dt$$

$$\int_{\vec{v}_o}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_o}^{t} \vec{a}dt$$

$$\vec{v} - \vec{v}_o = \vec{a}\int_{t_o}^{t} dt \Rightarrow \vec{v} - \vec{v}_o = \vec{a}(t - t_o)$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o) \dots (4-2)}$$

عندما $t_o = 0$ تصبح المعادلة (2- 4) كالآتي :

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$$

من خلال المعادلة (2- 3) :

$$\vec{x} = \vec{x}_o + \int_{t_o}^{t} \vec{v}dt$$

بتعويض قيمة ($\vec{v}$) من المعادلة (2- 4) ينتج :

$$\vec{x} = \vec{x}_o + \int_{t_o}^{t} [\vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o)]dt$$

$$\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}_o\int_{t_o}^{t} dt + \vec{a}\int_{t_o}^{t} (t - t_o)dt$$

$$\boxed{\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}_o(t - t_o) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_o)^2 \dots (5-2)}$$

عندما $t_o = 0$ تصبح المعادلة (5 -2) كالآتي :

$$\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}_o t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

عندما $x_o = 0$

$$\boxed{\vec{x} = \vec{v}_o t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 ...(6-2)}$$

وكما نعلم أن :

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_o}{t - t_o}$$

$$\boxed{t = \frac{\vec{v} - \vec{v}_o}{\vec{a}} ...(7-2)}$$

نعوّض قيمة (t) في المعادلة (6 − 2) فنحصل على :

$$\vec{x} = \frac{\vec{v}^2 - \vec{v}_o{}^2}{2\vec{a}}$$

ومنها نحصل على :

$$\boxed{\vec{v}^2 = \vec{v}_o{}^2 + 2\vec{a}\vec{x} ...(8-2)}$$

مثال 2 - 1 : يبدأ جسم الحركة من السكون بتعجيل ثابت مقداره ($8m/s^2$) في خط مستقيم . أوجد :

1- مقدار السرعة بعد خمس ثواني ؟

2- الإزاحة المقطوعة خلال خمس ثواني ؟

الحل :-

قبل البدء بحل المثال يتم كتابة المعطيات والمجاهيل الواردة في منطوق المثال .

المعطيات / $\vec{v}_o = 0$ ، $\vec{a} = 8m/s^2$

المجاهيل / $\vec{v} = ?$ ، $\vec{x} = ?$

1 - من المعادلة ($4-2$) :

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o) \ldots (4-2)$$

$$\vec{v} = 0 + 8(5-0) \Rightarrow \vec{v} = 8x5$$

$$\boxed{\vec{v} = 40m/s}$$

2 - من المعادلة ($6-2$) :

$$\vec{x} = \vec{v}_o t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \ldots (6-2)$$

$$\vec{x} = (0)(5) + \frac{1}{2}(8)(5)^2 \Rightarrow \vec{x} = \frac{200}{2}$$

$$\boxed{\vec{x} = 100m}$$

مثـال 2 – 2 : سـيارة مُتحركـة بسـرعة إبتدائيـة مقـدارها ($30m/s$) تتباطـأ بإنتظـام إلـى ($10m/s$) فـي زمـن مقداره أربع ثواني ، أوجد :

1- تعجيل (عجلة) السيارة ؟

2- الإزاحة التي تتحركها السيارة خلال أربع ثواني ؟

الحل :-

قبل البدء بحل المثال يتم كتابة المعطيات والمجاهيل الواردة في منطوق المثال .

المعطيات / $\vec{v}_o = 30m/s$ ، $\vec{v} = 10m/s$ ، $t = 4s$

المجاهيل / $\vec{a} = ?$ ، $\vec{x} = ?$

1 - من المعادلة ($4-2$) :

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}(t - t_o)...(4-2)$$

$$10 = 30 + \vec{a}(4-0) \Rightarrow 10 = 30 + 4\vec{a}$$

$$10 - 30 = 4\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{10-30}{4}$$

$$\boxed{\therefore \vec{a} = -5m/s^2}$$

2 - من المعادلة ($6-2$) :

$$\vec{x} = \vec{v}_o t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 ...(6-2)$$

$$\vec{x} = (30).(4) + \frac{1}{2}.(-5).(4)^2 ...(6-2)$$

$$\boxed{\vec{x} = 80m}$$

4-2 السقوط الحر (Free Fall)

خير مثال على الحركة ذات التعجيل المنتظم هو حركة الجسم الساقط حيث أن هذه الأجسام الساقطة بالقرب من سطح الأرض تتحرك بتعجيل ثابت يسمى بالتعجيل الأرضي (Gravitational Acceleration) ويُرمز له بالرمز (g) ومقداره حوالي $(9.8m/s^2)$ ويتجه دائما شاقوليا نحو مركز الأرض .

فإذا إعتبرنا الإتجاه الشاقولي نحو الأعلى هو الإتجاه الموجب ، بذلك يُمكن تطبيق معادلات الحركة ذات التعجيل المنتظم على الجسم الساقط بعد إبدال ($\vec{a}$) بالتعجيل الأرضي (-g) ، وإبدال ($\vec{x}$) بالإزاحة العمودية ($\vec{y}$) وتصبح كالآتي :

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_o - gt ...(9-2)}$$

$$\boxed{\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_o t - \frac{1}{2} g t^2 ...(10-2)}$$

$$\boxed{\vec{v}^2 = \vec{v}_o^{\ 2} - 2g\vec{y} ...(11-2)}$$

مثال 2 - 3 : أطلقت رصاصة عمودية نحو الأعلى بسرعة إبتدائية مقدارها ($98m/s$) من على سطح بناية إرتفاعها $(100m)$ ، أوجد :

1- الزمن اللازم لبلوغ الرصاصة أعلى إرتفاع من سطح الأرض ؟

2- أعلى إرتفاع يمكن أن تصله الرصاصة من سطح الأرض ؟

3- الزمن اللازم لكي تصل الرصاصة الأرض ؟

4- سرعة الرصاصة لحظة إرتطامه بالأرض ؟

الحل :-

قبل البدء بحل المثال يتم كتابة المعطيات والمجاهيل الواردة في منطوق المثال .

المعطيات / $\vec{v}_o = 98m/s$ ، $\vec{y}_o = 100m$

المجاهيل / $t_{(up)} = ?$ ، $\vec{y}_{(up)} = ?$ ، $t_{(down)} = ?$ ، $\vec{v}_{(down)} = ?$

1 - عند أقصى إرتفاع $\boxed{\vec{v} = 0}$:

من المعادلة ($9-2$) :

$$\vec{v} = \vec{v}_o - gt ...(9-2)$$

$$0 = 98 - (9.8)t \Rightarrow 98 = 9.8t$$

$$\Rightarrow t_{(up)} = \frac{98}{9.8}$$

$$\boxed{\therefore t_{(up)} = 10s}$$

2 - من المعادلة (10 – 2) :

$$\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_o t - \frac{1}{2} g t^2 ...(10-2)$$

$$\vec{y}_{(up)} = 100 + (98)(10) - \frac{1}{2}(9.8)(10)^2$$

$$\vec{y}_{(up)} = 100 + 980 - \frac{1}{2}980 \Rightarrow \vec{y}_{(up)} = 1080 - 490$$

$$\boxed{\therefore \vec{y}_{(up)} = 590m}$$

3 - عندما تصل الرصاصة إلى الأرض $\boxed{\vec{y} = 0}$:

من المعادلة (10 – 2) :

$$\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_o t - \frac{1}{2} g t^2 ...(10-2)$$

$$0 = 100 + 98t - \frac{1}{2}(9.8)t^2 \Rightarrow 100 + 98t - 4.9t^2 = 0$$

$$\boxed{\therefore t_{(down)} = 20.96s}$$

4 - من المعادلة (9 – 2) :

$$\vec{v} = \vec{v}_o - gt ...(9-2)$$

$$\vec{v}_{(down)} = 98 - (9.8)(20.96) \Rightarrow \vec{v}_{(down)} = 98 - 205.408$$

$$\boxed{\therefore \vec{v}_{(down)} = -107.4m/s}$$

يُلاحظ الإشارة السالبة للسرعة دلالة على أن الجسم يتحرك للأسفل .

مثال 2 – 4 : أسقطت كرة من السكون عند إرتفاع $(50m)$ فوق سطح الأرض ، أوجد :

1– مقدار سرعة الكرة قبل إرتطامها مباشرة بالأرض ؟

2– الزمن الذي تستغرقه الكرة لتصل إلى الأرض ؟

الحل :–

قبل البدء بحل المثال يتم كتابة المعطيات والمجاهيل الواردة في منطوق المثال .

المعطيات / $\vec{y}_o = 50m$ ، $\vec{v}_o = 0$

المجاهيل / $t_{(down)} = ?$ ، $\vec{v}_{(down)} = ?$

1 – من المعادلة $(11-2)$:

$$\vec{v}^2 = \vec{v}_o^{\ 2} - 2g\vec{y} ...(11-2)$$

$$\vec{v}^2 = 0 - 2(9.8)(50) \Rightarrow \vec{v}^2 = -980$$

$$\boxed{\therefore \vec{v} = -31.3m/s}$$

2 – من المعادلة $(9-2)$:

$$\vec{v} = \vec{v}_o - gt ...(9-2)$$

$$(-31.3) = 0 - (9.8)(t) \Rightarrow -31.3 = -9.8t$$

$$\Rightarrow t = \frac{-31.3}{-9.8}$$

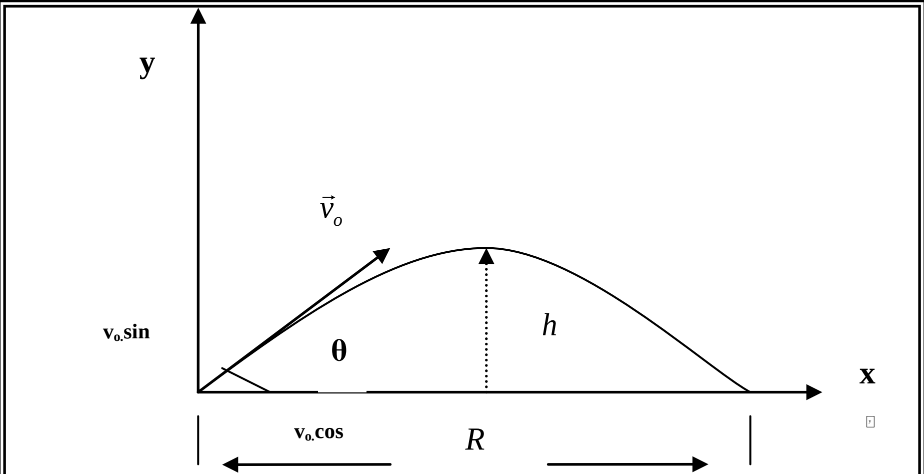
$$\boxed{\therefore t = 3.19s}$$

5-2 حركة المقذوفات (Projectiles Motion)

تُعرّف المقذوفات بكونها الأجسام التي تتحرك ضمن مجال الجذب الأرضي وتتأثر به .

تحدث حركة المقذوفات في بعدين أحدهما أفقي والآخر عمودي (شاقولي) ، حيث أن مركبة السرعة الشاقولية تتغير طبقا لمعادلة الأجسام الساقطة بسبب تأثير قوة الجاذبية الأرضية فيها ، بينما المركبة الأفقية للسرعة تبقى ثابتة بسبب عدم تأثير قوة الجاذبية الأرضية فيها.

لنفرض أن جسما قُذِفَ من نقطة الأصل بسرعة إبتدائية ($\vec{v}_o$) وبزاوية (θ) مع الأفق وكما مُبيّن في الشكل (1-2) .



شكل (1 - 2) : حركة المقذوف

المركبتين الأفقية والشاقولية للسرعة الإبتدائية هي :

$$\boxed{\vec{v}_{ox} = \vec{v}_o.\cos\theta ...(12-2)}$$

$$\boxed{\vec{v}_{oy} = \vec{v}_o.\sin\theta ...(13-2)}$$

بعد فترة زمنية ولتكن (t) تصبح مركبتا السرعة الأفقية ($\vec{v}_x$) والشاقولية ($\vec{v}_y$) كالآتي :

$$\boxed{\vec{v}_x = \vec{v}_{ox} = \vec{v}_o.\cos\theta ...(14-2)}$$

$$\boxed{\vec{v}_y = \vec{v}_{oy} - gt = \vec{v}_o.\sin\theta - gt ...(15-2)}$$

أما الإزاحتين الأفقية (x) والعمودية (y) بعد فترة زمنية ولتكن (t) فتعطى كالآتي :

$$\boxed{\vec{x} = \vec{v}_{ox}.t = (\vec{v}_o.\cos\theta).t ...(16-2)}$$

$$\boxed{\vec{y} = (\vec{v}_o \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 ...(17-2)}$$

عندما يصل المقذوف إلى أقصى إرتفاع (h_{max}) تصبح سرعته الشاقولية ($\vec{v}_y$) تساوي (صفرا) ،

وبهذا فإن الزمن اللازم لوصول المقذوف إلى أقصى إرتفاع تُعطى كالآتي :

$$t = \frac{\vec{v}_o \sin\theta}{g} \quad ...(18-2)$$

وبتعويض قيمة (t) في المعادلة (2 − 17) نحصل على قيمة أقصى إرتفاع يمكن أن يصله

المقذوف (h_{max}) حسب المعادلة الآتية :

$$h_{max} = \frac{\vec{v}_o^{\,2} \sin^2\theta}{2g} \quad ...(19-2)$$

أما مدى المقذوف (Projectile Range) فيرُمز له بالرمز (R) ويُمكن تعريفه بكونه أقصى مسافة أفقية

يقطعها المقذوف ، أو بكونه المسافة الأفقية التي يقطعه المقذوف ليعود إلى نفس مستوى نقطة الإنطلاق ،

ويُعطى من خلال المعادلة الآتية :

$$R = \frac{\vec{v}_o^{\,2} \sin 2\theta}{g} \quad ...(20-2)$$

إن أقصى مدى يصله المقذوف هو عندما ($R_{max} = \frac{\vec{v}_o^{\,2}}{g}$) أي عندما يكون ($\sin 2\theta = 1$) وهذا يعني أن الزاوية

($\theta = 45^\circ$) تعطي أقصى مدى .

مثال 2 – 5 : أطلقت قذيفة بسرعة إبتدائية مقدارها ($49m/s$) وبزاوية (53°) عن الأفق ، أوجد :

1- الإزاحتين الأفقية ($\vec{x}$) والعمودية ($\vec{y}$) للقذيفة (موضع القذيفة) بعد مرور ثانيتين ؟

2- الزمن اللازم حتى تصل القذيفة إلى أعلى نقطة ؟

3- أقصى إرتفاع تصله القذيفة ؟

4- مدى القذيفة ؟

الحل :-

قبل البدء بحل المثال يتم كتابة المعطيات والمجاهيل الواردة في منطوق المثال .

المعطيات / $\vec{v}_o = 49m/s$ ، $\theta = 53^\circ$

المجاهيل / $\vec{x} = ?$ ، $\vec{y} = ?$ ، $t = ?$ ، $h_{\max} = ?$ ، $R = ?$

1 – الإزاحتين الأفقية ($\vec{x}$) والعمودية ($\vec{y}$) للقذيفة (موضع القذيفة) بعد مرور ثانيتين يمكن إيجادهما من المعادلتين ($16-2$) و ($17-2$) :

$$\vec{x} = \vec{v}_{ox}.t = (\vec{v}_o.\cos\theta).t ...(16-2)$$

$$\vec{x} = (49.\cos 53^o).(2)$$

$$\vec{x} = (49).(0.6).(2)$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{x} = 58.8m}$$

$$\vec{y} = (\vec{v}_o \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 ...(17-2)$$

$$\vec{y} = (49\sin 53^\circ).(2) - \frac{1}{2}.(9.8).(2)^2$$

$$\vec{y} = (49).(0.8).(2) - \frac{1}{2}.(9.8).(2)^2$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{y} = 58.8m}$$

2 - من المعادلة (2 − 18) نحسب الزمن اللازم لوصول القذيفة إلى أعلى نقطة لها :

$$t=\frac{\vec{v}_o \sin\theta}{g} \quad ...(18-2)$$

$$t=\frac{(39.2)}{9.8}$$

$$\boxed{\therefore t \;=4s}$$

3 - من المعادلة (2 − 19) نحسب أقصى إرتفاع تصله القذيفة :

$$h_{\max}=\frac{\vec{v}_o{}^2 \sin^2\theta}{2g} \quad ...(19-2)$$

$$h_{\max}=\frac{(49)^2 \sin^2 53^\circ}{2(9.8)}$$

$$\boxed{\therefore h_{\max}=78.4m}$$

4 - من المعادلة (2 − 20) نحسب مدى القذيفة :

$$R=\frac{\vec{v}_o{}^2 \sin 2\theta}{g} \quad ...(20-2)$$

$$R=\frac{(49)^2 \sin 2(53^\circ)}{9.8}$$

$$\boxed{\therefore R=235.2m}$$

مسائل الفصل الثاني
الحركة الخطية (Linear Motion)
((2))

س1 : تبدأ شاحنة من السكون وتتحرّك بتعجيل ثابت مقداره $(5m/s^2)$. أوجد :

1- مقدار سرعة الشاحنة بعد مرور $(4s)$ ؟

2- المسافة المقطوعة بعد مرور $(4s)$ ؟

الإجابة: $\boxed{\vec{v}=20m/s}$ ، $\boxed{\vec{x}=40m}$

س2 : يسقط جسم سقوطا حرا من السكون . إفترض أن $(g=9.8m/s^2)$. أوجد :

1- المسافة التي يقطعها الجسم خلال $(3s)$ ؟

2- مقدار سرعة الجسم بعد سقوط $(70m)$ ؟

3- الزمن اللازم لبلوغ سرعة مقدارها $(25m/s)$ ؟

4- الزمن الذي يستغرقه السقوط مسافة $(300m)$ ؟

الإجابة : $\boxed{\vec{y}=-44.1m}$ ، $\boxed{\vec{v}=-37.04m/s}$ ، $\boxed{t=2.6s}$ ، $\boxed{t=7.8s}$

س3 : قذف جسم من أعلى سطح بناية إرتفاعها $(150m)$ عموديا إلى الأعلى وبسرعة إبتدائية مقدارها $(5m/s)$.

إفترض أن $(g=10m/s^2)$. إحسب :

1- الزمن اللازم لبلوغ الرصاصة أعلى إرتفاع من سطح الأرض ؟

2- أعلى إرتفاع يمكن أن تصله الرصاصة من سطح الأرض ؟

3- الزمن اللازم لكي تصل الرصاصة الأرض ؟

4- سرعة الرصاصة لحظة إرتطامه بالأرض ؟

الإجابة : $\boxed{t_{up}=0.5s}$ ، $\boxed{\vec{y}_{up}=151.25m}$ ، $\boxed{t_{down}=6s}$ ، $\boxed{\vec{v}_{down}=-55m/s}$

س4 : تتحرّك سيارة بسرعة مقدارها $(10m/s)$ ، فإذا تضاعفت مقدار سرعتها نتيجة لتسارع منتظم خلال $(10s)$. إحسب :

1- تعجيل (تسارع) السيارة ؟

2- المسافة التي تحرّكتها السيارة خلال $(10s)$ ؟

الإجابة : $\boxed{\vec{a}=1m/s^2}$ ، $\boxed{\vec{x}=150m}$

س5 : قذف جسم من أعلى بناية إرتفاعها $(135m)$ بسرعة إبتدائية مقدارها $(50m/s)$ وبزاوية (53°) عن الأفق . إفترض أن $(g=10m/s^2)$. إحسب :

1- أقصى إرتفاع يصل إليه الجسم بالنسبة للأرض ؟

2- بُعد النقطة التي يسقط عندها الجسم عن قاعدة البناية ؟

3- سرعة الجسم عند ملامسة الأرض ؟

الإجابة: $\boxed{\vec{y}_{max.}=215m}$ ، $\boxed{R=316.5m}$ ، $\boxed{\vec{v}=72.13m/s}$