

1- Free carrier concentration

تركيز حاملات الحرة

29

The concentration of electrons (n) in the conduction band is given by:

$$n = \int_{E_c}^{\infty} f(E) N_E dE$$

(1) for n is per unit volume

$$N_E = 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2} \quad \text{Density of states. كثافة الحالات} \quad (2)$$

$$f(E) = \frac{1}{\exp \left[\frac{E - E_f}{kT} \right] + 1} \quad \text{Probability of occupation (Fermi-Dirac distribution)} \quad (3)$$

E_f Fermi-level energy

بتعويض (2) و (3) في (1) وإجراء التكامل:

$$n = N_c \exp \left[- \frac{E_c - E_f}{kT} \right] \quad (4)$$

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2} = 2\pi^{3/2} \left(\frac{2m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (5)$$

N_c is called the effective density of states in the conduction band (الكثافة الفعالة للحالات في حزمة التوصيل)

m_e^* : effective mass of electrons (كتلة الفعالة للإلكترونات)

At 300 K, $N_c = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ for Si

The density of holes (p) in the valence band is given by:

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} [1 - f(E)] N_E dE \quad (6)$$

$[1 - f(E)]$ ميل احتمالية أن يكون المستوى شاغراً (ظلياً من الإلكترون) أو ما يعني أن يكون المستوى مشغولاً بنقيض (hole)

بتعويض (6) في (5) وإجراء التكامل نحصل على:

$$p = N_v \exp \left[- \frac{E_f - E_v}{kT} \right] \quad (7)$$

$$N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (8)$$

m_h^* : effective mass of holes (الكثافة الفعالة للشقوق في حزمة التكافؤ)

N_v : Effective density of states in the valence band (الكثافة الفعالة للحالات (المشغولة) في حزمة التكافؤ)

$$\begin{aligned}
 n_i &= 2 [1.9745 \times 10^{46}]^{3/2} [1.8516 \times 10^{-61}]^{3/4} \exp\left[-\frac{E_g}{2k_B T}\right] \\
 &= 2 [2.7746 \times 10^{69}] [2.8227 \times 10^{-46}] \exp\left[-\frac{1.1}{2 \times 8.62 \times 10^{-5} \times 100}\right] \\
 &= 1.56638 \times 10^{24} \exp\left(-\frac{6380}{100}\right) = 1.5664 \times 10^{24} \times 1.949 \times 10^{-28} \\
 &= 3.05 \times 10^{-4} \text{ m}^{-3} = (3.05 \times 10^{-4} \times 10^6) = 3.05 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-3}
 \end{aligned}$$

at 300 K ;

$$\begin{aligned}
 n_i &= 2 [1.44167 \times 10^{70}]^{3/2} [2.8227 \times 10^{-46}] \exp\left(-\frac{1.1}{2 \times 8.62 \times 10^{-5} \times 300}\right) \\
 &= (8.1388 \times 10^{24}) \exp\left(-\frac{6380}{300}\right) = 8.1388 \times 10^{24} \times 5.80 \times 10^{-10} \\
 &= 4.726 \times 10^{15} \text{ m}^{-3} = (4.726 \times 10^{15} \times 10^{-6}) = 4.726 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}
 \end{aligned}$$

the ratio is $\frac{n_i(300 \text{ K})}{n_i(100 \text{ K})} = \frac{4.726 \times 10^9}{3.05 \times 10^{-10}} = 1.55 \times 10^{19}$

نلاحظ بان ازدياد درجة الحرارة من $T=100 \text{ K}$ الى $T=300 \text{ K}$ تسببت في زيادة هائلة جداً في تركيز حاملات الشحنة (الالكترونات). ان هذه الزيادة الهائلة في تركيز الحاملات مع ازدياد درجة الحرارة هي البتة في ازدياد توصيلية اسلاك الموصلات مع درجة الحرارة وذلك لان التوصيلية تتناسب مباشرة مع تركيز الحاملات : $\sigma_i = e n_i (\mu_n + \mu_p)$

(n)

Example 4: From the mass action law calculate the change in p if n has been increased by 10^6 times.

Assume $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

Solution: $n = 10^6 n_i = 10^6 \times 1.5 \times 10^{10} = 1.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

From mass action law $pn = n_i^2 \Rightarrow p = \frac{n_i^2}{n}$

$$p = \frac{n_i^2}{1.5 \times 10^{16}} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{1.5 \times 10^{16}} = \frac{1.5 \times 10^{20}}{1.5 \times 10^{16}} = 1.5 \times 10^4$$

hence p has decreased by $\frac{1.5 \times 10^4}{1.5 \times 10^{10}} = 10^{-6}$ times.

أي ان تركيز (p) قل بنصف المليون (أو بالترتيب 10^{-6})

في مادة شبه موصلة نقية (9) $p = n = n_i$
 التركيز الذاتي للحاملات n_i : intrinsic carrier density
 وبجانب p و n في بعض الأحيان:

$pn = n_i^2$ (10) mass-action law

معادلة (10) يعرف باسم قانون فعل الكتلة. Law mass-action وم
 صحيحة حتى في حالة استنباه الموصلات غير النقية (الاشابة).
 ويتصرف (4) و (7) في (10) نحصل على:

$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2KT}\right)$ (11)

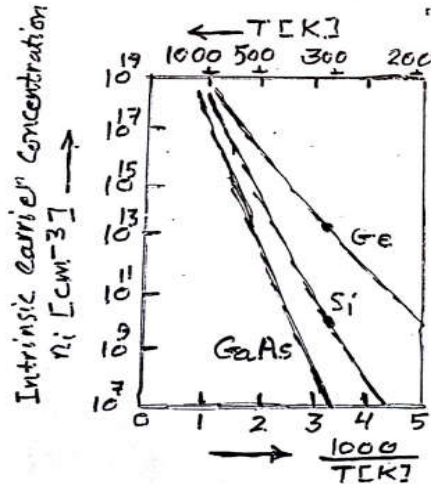
نلاحظ ان n_i يعتمد على N_c ، N_v و E_g وعلى درجة الحرارة T .
 ويتصرف (5) و (8) في (11) نحصل على:

$n_i = 2 \left(\frac{2\pi KT}{h^2}\right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} \exp\left(-\frac{E_g}{2KT}\right)$ (12)

في هذه الصيغة نجد ان n_i يعتمد على m_e^* ، m_h^* و E_g وعلى
 درجة الحرارة T . يأخذ لوغاريتم الطرفين:

$\ln(n_i) = \ln[\dots] - \frac{E_g}{2KT}$ (12a)

و الشكل التالي يمثل رسم للتركيز الذاتي n_i مع ثقلوب درجة الحرارة $\left(\frac{1000}{T}\right)$
 لبعض المواد شبه الموصلة. و حسب معادلة (12a) فان ميل هذا المحنى
 يتناسب مع طاقة الفجوة E_g للمادة.



material	E_g [eV] at 0K	n_i [cm ³] at 300K
Ge	0.78	2.5×10^{13}
Si	1.2	1.5×10^{10}
GaAs	1.52	10^7

2- Dependence of Energy gap on Temperature

31 (15)

اعتماد فجوة الطاقة E_g على درجة الحرارة .

فجوة الطاقة E_g في الغالب تقل مع درجة الحرارة T في المادة السالفة :

$$E_g = E_{g0} - \beta T$$

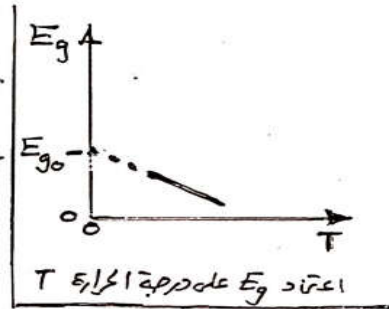
E_{g0} is the extrapolated value of E_g at 0K.

β is the temperature coefficient of variation of E_g with T .

For Si: $E_{g0} = 1.21 \text{ eV}$

$$\beta = 2.8 \times 10^{-4} \text{ eV/K}$$

at 300 K for Si, $E_g = 1.21 - 2.8 \times 10^{-4} (300) = 1.1 \text{ eV}$



3- The Fermi-Level in an Intrinsic Semiconductor.

في شبه الموصل الذاتي هناك إلكترونات مقابل كل ثقب عليه فان :

$$p = n$$

وباستخدام المعادلتين (4) و (7) في أعلاه نحصل على :

$$N_c \exp \left[-\frac{E_f - E_v}{kT} \right] = N_v \exp \left[-\frac{E_c - E_f}{kT} \right]$$

وبإعادة الترتيب للحصول على E_f وسوف نضيف إليه (2) ليصبح الرمز (E_{fi}) للدلالة على أنه يخص E_f في مادة شبة موصلة ذاتية (نقية) intrinsic

$$E_{fi} = \frac{1}{2} (E_c + E_v) - \frac{kT}{2} \ln (N_c / N_v) \quad \text{--- (4)}$$

وبالتعويض عن N_c و N_v عبايا ويحصل على :

$$E_{fi} = \frac{1}{2} (E_c + E_v) + \frac{3}{4} kT \ln (m_h^* / m_e^*) \quad \text{--- (5)}$$

$$\frac{1}{2} (E_c + E_v) = \frac{1}{2} E_g$$

وفي الغالب نعتبر $E_v = 0$ كمرجع لقياس طاقة الإلكترونات من هذا

المستوى - وفي هذه الحالة فان $E_c = E_g$.

بلاصط من معادلة (5) انه اذا سادت اقل الفعالة للإلكترونات والثقوب $m_h^* = m_e^*$

فان $E_{fi} = E_g / 2$ أي ان E_{fi} تقع في منتصف فجوة الطاقة E_g . ولكن في العادة $m_h^* \neq m_e^*$ عليه فان E_{fi} لا تقع في منتصف الفجوة بالقياس .

Table:

(12)

(16) 32
جدول

Property	Ge	Si	GaAs
$E_g(0K), [eV]$	0.785	1.21	1.52
$E_g(300K), [eV]$	0.68	1.1	1.43
$n_i(300K), [cm^{-3}]$	2.5×10^{13}	1.5×10^{10}	10^7
$N_c(300K), [cm^{-3}]$	1.04×10^{19}	2.8×10^{19}	4.7×10^{17}
$N_v(300K), [cm^{-3}]$	6.1×10^{18}	1.02×10^{19}	7.0×10^{18}
m_e^*	$\langle 111 \rangle: 1.59$ $\langle 100 \rangle: 0.082$	$\langle 100 \rangle: 0.92$ $\langle 111 \rangle: 0.19$	0.066
m_h^* Light hole heavy hole	0.043 0.34	0.16 0.52	0.082 0.5, $m_{F0}=0.17$
$\mu_n [cm^2/V.s]$ intrinsic	3900	1350	8800
$\mu_h [cm^2/V.s]$ intrinsic	1900	480	250
$\delta_i(300K) = e n_i (\mu_n + \mu_h) \left[\frac{1}{cm} \right]$	2.32×10^{-2}	4.39×10^{-6}	1.45×10^{-8}
ϵ_r dielectric constant	16	11.8	10.9
N_{Atom} Atoms/cm ³	4.4×10^{22}	5.0×10^{22}	2.2×10^{22}
d density [g/cm ³]	5.32	2.33	5.32
A Atomic Weight	72.6	28.1	144.6
Z Atomic Number	32	14	(31+33)
Crystal	diamond	diamond	Zincblend
a Lattice constant [\AA]	5.658	5.431	5.654

مثال: 1- تتنم الجهد لقيم m_e^* و m_h^* و E_g - E_{fi} في Si عند درجة الحرارة 300K.
 لشيء الموصل النقي (الذاتي) Si عند درجة الحرارة 300K.
الحل:

$$E_{fi} = \frac{1}{2}(E_c + E_v) + \frac{3}{4} kT \ln(m_h^*/m_e^*)$$

$$E_{fi} = \frac{1}{2}(1.1 + 0) + \frac{3}{4} (0.026) \ln(0.52/0.43) \approx 0.55 + 0.01 = 0.56 eV$$
 لاحظ ان الفرق صغير بالمقارنة مع شدة القوة (0.55 eV) المتوسط $(m_e^* = \frac{1}{3}(2m_h^* + m_e))$ (at 300K, $kT \approx 0.026 eV$)